

ADI-SOYADI:
NUMARASI:

2018-2019 GÜZ DÖNEMİ ANALİZ 1-A DERSİ QUIZ SORULARI

Wf

1. $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ olduğunu gösteriniz.
2. $X, Y \subset \mathbb{R}$ olmak üzere her $x \in X$ ve her $y \in Y$ için $x \leq y$ ise X kümesinin üstten sınırlı, Y kümesinin alttan sınırlı olduğunu ve $\sup X \leq \inf Y$ eşitsizliğini sağladığını gösteriniz.
3. Her $n \in \mathbb{N}$ için $1 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + \dots + n \cdot 5^n = \frac{5 + (4n-1) \cdot 5^{n+1}}{16}$ olduğunu gösteriniz.
4. $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$, $g(x) = |10-x| - |10+x|$ fonksiyonlarının tek veya çift olma durumunu inceleyiniz.

SADECE 3 SORU CEVAPLAYINIZ. SÜRE 30 DAKİKADIR.

1) $\forall X, Y$ kümesi için $X \setminus Y = X \cap Y^c$ old. biliniyor. O zaman

$$\begin{aligned} A \setminus (B \setminus C) &= A \setminus (B \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= (A \setminus B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

bulunur.

2) $\forall x \in X, \forall y \in Y$ için $x \leq y$ olsun. $\forall y_0 \in Y$ için $\forall x \in X$ alındığında $x \leq y_0$ old. dan X üst sınırlı olup $\sup X \leq y_0$ olur. Öte yandan $\forall x_0 \in X$ alıp sabitletirse $\forall y \in Y$ için $x_0 \leq y$ old. dan $x_0 \leq \inf Y$ bulunur. Ayrıca $\inf Y, X$ kümesi içinde bir üst sınır olacağından \sup tanımına göre $\sup X \leq \inf Y$ bulunur.

3) $\forall n \in \mathbb{N}$ için

$$A(n) : 1 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 + \dots + n \cdot 5^n = \frac{5 + (4n-1) \cdot 5^{n+1}}{16}$$

olsun.

$$n=1 \text{ için } 1 \cdot 5 = \frac{5 + 3 \cdot 5^2}{16} \text{ olup sağlanır.}$$

$n=k$ için doğru old. kabul edelim.

$$A(k) : 1 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 + \dots + k \cdot 5^k = \frac{5 + (4k-1) \cdot 5^{k+1}}{16}$$

olsun.

$A(k+1)$ için

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 + \dots + k \cdot 5^k + (k+1) \cdot 5^{k+1} = \\ & = \frac{5 + (4k-1) \cdot 5^{k+1}}{16} + (k+1) \cdot 5^{k+1} \\ & = \frac{5 + 5^{k+1} (4k-1 + 16k+16)}{16} = \frac{5 + 5^{k+1} (20k+15)}{16} \\ & = \frac{5 + (4k+3) \cdot 5^{k+2}}{16} \text{ bulurs.} \end{aligned}$$

$\therefore A(n)$ önermesi $\forall n \in \mathbb{N}$ için doğrudur.

$$\textcircled{4} \quad f(-x) = \frac{(-x)^3}{1+(-x)^2} = \frac{-x^3}{1+x^2} = -f(x)$$

oldu dan f tek fonksiyondur.

$$g(-x) = |10 - (-x)| - |10 + (-x)|$$

$$= |10 + x| - |10 - x|$$

$$= - [|10 - x| - |10 + x|]$$

$= -g(x)$ oldu dan g tek fonksiyondur.